

A CONTA DE ÁGUA RESIDENCIAL EM SALA DE AULA: UMA TAREFA MATEMÁTICA EM UM CONTEXTO AUTÊNTICO?

THE RESIDENTIAL WATER BILL IN THE CLASSROOM: A MATHEMATICAL TASK IN AN AUTHENTIC CONTEXT?

Claudete Cargnin

cargnin@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Campo Mourão

Narci Nogueira da Silva

narci@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Campo Mourão

Caroline Marques Lau

carolinelau@alunos.utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Campo Mourão

Flávia Aparecida Reitz Cardoso

reitz@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Campo Mourão

RESUMO

O objetivo do artigo é discutir os resultados alcançados por uma tarefa interdisciplinar, que requeria conhecimentos matemáticos e de programação, realizada num primeiro ano de um curso técnico integrado em informática de nível médio, no segundo semestre de 2020, de forma remota. A partir de uma tabela de valores da SANEPAR, os estudantes foram convidados a escrever algebricamente (e graficamente) a função por partes correspondente para um consumo residencial, bem como elaborar e implementar um algoritmo, em linguagem de programação *Python*, para fornecer o valor total da fatura de água. Os alunos organizaram-se em grupos com no máximo 4 estudantes, e ao longo do processo (cerca de 1 mês) puderam esclarecer dúvidas com os professores das disciplinas envolvidas: algoritmos e matemática. Observou-se grande engajamento dos estudantes, inclusive em termos de reflexões acerca das tarifas cobradas. Em termos de aprendizagem matemática, a atividade favoreceu a compreensão dos significados de domínio e imagem de uma função por partes; além disso, permitiu aos alunos experienciar um pouco da sua prática profissional, bem como reconhecer a aplicabilidade da matemática em seu cotidiano.

PALAVRAS-CHAVE: Interdisciplinaridade. Aprendizagem matemática. Função definida por partes.

ABSTRACT

The objective of the article is to discuss the results achieved by an interdisciplinary task, which required mathematical and programming knowledge, activity carried out in the first year of an integrated technical course in mid-level informatics, in the second half of 2020, remotely. From a SANEPAR table of values, students were invited to algebraically (and graphically) write the corresponding piecewise function for a residential consumption, as well as design and implement an algorithm, in Python programming language, to provide the total value of the

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

water bill. The students organized themselves into groups with a maximum of 4 students, and throughout the process (about 1 month) they were able to clarify doubts with the teachers of the disciplines involved: algorithms and mathematics. There was a great engagement of the students, including in terms of reflections on the fees charged. In terms of mathematical learning, the activity favored the understanding of the domain and image meanings of a piecewise function; in addition, it allowed students to experience a little of their professional practice, as well as to recognize the applicability of mathematics in their daily lives

KEYWORDS: Interdisciplinarity. Mathematical Learning. Piecewise defined function.

1. INTRODUÇÃO

Objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis, eles o são por meio de suas representações semióticas. Entretanto, é imprescindível, para a aprendizagem matemática, diferenciar o objeto de sua representação, o que nos leva a um paradoxo cognitivo: como distinguir um objeto matemático de sua representação, se apenas temos acesso a eles por meio de suas representações semióticas? (DUVAL, 1995). Em particular, no estudo das funções, toda a simbologia envolvida na representação algébrica causa confusões e gera dificuldades na aprendizagem, sem contar a compreensão do próprio conceito de função (ANDRADE; SARAIVA, 2012).

Em relação à aprendizagem matemática, baseados em Freudenthal e Gravemeijer, Ponte e Quaresma (2012, p. 201) consideram que “os contextos dos problemas propostos aos alunos desempenham um papel central”. Estes autores definem contexto como “o universo experiencial associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida cotidiana em que o aluno tem maior ou menor experiência pessoal, ou remeter para o universo matemático”.

Ao comentar a abordagem matemática no exame internacional PISA, Ponte e Quaresma (2012) evidenciam que as tarefas matemáticas usuais tendem a deixar claro quais procedimentos devem ser seguidos para resolver o “problema”, ou seja, pouco relacionam a contextos autênticos, já que, na realidade, os problemas não aparecem tão bem organizados e estruturados como os que são tratados em sala de aula. Em um contexto autêntico, “O indivíduo precisa de traduzir a situação ou problema de uma forma que evidencie a relevância e a utilidade da Matemática” (PONTE; QUARESMA, 2012, p.206).

Em particular, sobre as funções definidas por partes, ela é especificamente mencionada em uma das habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Médio, segundo a Base Nacional Curricular Comum:

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, **água**, gás etc.), em suas **representações algébrica e gráfica**, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, BNCC, 2018, p.539- grifo nosso).

Nessa perspectiva, considerando que uma das características do curso Técnico Integrado em Informática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão, é a articulação entre a formação técnica e a formação geral, consideramos apropriado propor uma tarefa matemática na qual os conhecimentos técnicos fossem requeridos, por entendermos que o contexto profissional em que está inserido o estudante é relevante para sua aprendizagem, e que pode favorecer tanto a aquisição do conhecimento matemático quanto de algoritmos¹.

¹ Em informática, é o conjunto das regras e procedimentos lógicos perfeitamente definidos que levam à solução de um problema em um número finito de etapas (dicionário Oxford online)

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

Cardoso e Carbo (2017) defendem que a matemática pode ocupar o espaço da programação quando os alunos não têm esse conhecimento durante a Educação Básica; mas, e se os estudantes os têm, como integrá-los?

Assim, estabelecemos como questão norteadora: como se dá a articulação entre o conhecimento matemático e o requerido para implementar um algoritmo em linguagem Python? Nosso objetivo, em sala de aula, foi investigar a contribuição de uma tarefa interdisciplinar, que requeria conhecimentos de algoritmos, para a aprendizagem de funções definidas por várias sentenças, em Matemática, e em Algoritmos². Neste artigo, nosso intento é discutir os resultados alcançados.

Para tanto, esse texto está estruturado da seguinte forma: na próxima seção apresentamos os procedimentos metodológicos usados para a aplicação da tarefa. Na sequência, apontamentos em relação à aprendizagem tanto de função definida por várias sentenças quanto de algoritmos, e as funcionalidades da linguagem *Python*, seguidos por apresentação e discussão dos resultados. Finalizamos com algumas considerações acerca do trabalho realizado.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A atividade aqui relatada foi aplicada de forma remota na primeira quinzena de setembro de 2020, a uma turma de quarenta e um alunos do primeiro ano do curso Técnico Integrado em Informática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão, e fez parte de um trabalho interdisciplinar programado pelos professores das disciplinas de Algoritmos e Matemática. A plataforma Moodle foi utilizada como instrumento tanto para disponibilizar o roteiro da tarefa (Quadro 1 e Quadro 2), quanto para receber o relatório final. Dúvidas dos alunos foram esclarecidas pelos professores, por meio do *Whatsapp* ou *email* institucional, ou ainda em momentos de aula síncrona, quando necessário.

Os alunos poderiam organizar-se livremente em grupos com até quatro pessoas. Apenas um relatório deveria ser entregue por grupo. O simulador³ da Sanepar pode ser usado para averiguar os cálculos realizados. Considerou-se que calcular o valor a pagar em função de alguns consumos (item a – quadro 2) poderia favorecer a compreensão da lógica do algoritmo que deveria ser escrito, bem como da relação matemática para cada faixa de consumo.

² Essa é uma disciplina da matriz curricular do curso Técnico Integrado em Informática, cuja finalidade é a escrita de algoritmos na linguagem Python. Nela, o aluno precisa desenvolver seu raciocínio lógico e sua capacidade de abstração, propondo soluções para problemas, inclusive com a escolha da estrutura de dados a ser utilizada. É base para outras disciplinas como Linguagem de Programação, Banco de Dados, Desenvolvimento WEB.

³ Disponível em <http://atvn.sanepar.com.br/simuladorconta>.

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

Objetivo: Escrever uma função definida por partes que relacione o consumo de água residencial x , em metros cúbicos, ao valor a pagar $f(x)$, em reais.

Desenvolvimento: As tarifas de saneamento básico no Paraná, em regiões atendidas pela SANEPAR, são estabelecidas por meio de Resolução Homologatória da AGEPAR – Agência Reguladora do Paraná. Em 16/04/19 entrou em vigor o Reajuste Tarifário Anual, que estabelece os valores da Tarifa Residencial Normal conforme a tabela seguinte.

Tabela 1 – extrato Tabela de Tarifas de Saneamento Básico

		TARIFA RESIDENCIAL NORMAL (R\$/m ³)					
		Até 5 m ³	6 a 10	11 a 15	16 a 20	21 a 30	> 30
ÁGUA Todas as Localidades Operadas		38,77	1,20	6,68	6,72	6,77	11,46
Curitiba	ESGOTO - 85%	32,95	1,02 /m ³	5,68 /m ³	5,71 /m ³	5,75 /m ³	9,74 /m ³
	ÁGUA E ESGOTO	71,72	2,22	12,36	12,43	12,52	21,20
Demais Localidades	ESGOTO - 80%	31,02	0,96 /m ³	5,34 /m ³	5,38 /m ³	5,42 /m ³	9,17 /m ³
	ÁGUA E ESGOTO	69,79	2,16	12,02	12,10	12,19	20,63

Fonte: <https://www.documentador.pr.gov.br/documentador/pub.do?action=d&uuid=@gtf-escraba-gepar@d06263f3-ac80-4192-af6b-df93dded512f&emPg=true>

Levando em conta que grande parte dos municípios do Paraná já contam com o serviço de esgoto, e que é necessário pagar por ele, e que não estamos em Curitiba, pergunta-se:

Quadro 1 – Roteiro da tarefa disponibilizada

Fonte: os autores

- Qual o valor a pagar por um consumo de:
 - 8 m^3
 - 12 m^3
 - 35 m^3
 - 50 m^3
- Suponha que você seja o técnico responsável por atualizar o algoritmo de cálculo do valor a pagar nos instrumentos de medição que geram a conta de água para os usuários. A partir do seu raciocínio para calcular os valores solicitados no item a, escreva uma função que determine o valor a pagar, em reais, em função do consumo x de metros cúbicos de água.
- A partir dos seus cálculos do item b, faça um algoritmo que implemente o valor a pagar pela conta de água a partir de um consumo x . Anexe seu algoritmo.
- Represente graficamente a função do item b.
- Discuta sobre o que representa o domínio da função nesse caso? E o conjunto imagem? Comente suas conclusões. Apresente os referidos conjuntos.

Obs.: seus valores do item a podem ser confirmados no endereço simulador da sanepar (<http://atvn.sanepar.com.br/simuladorconta>), cujas instruções de preenchimento podem ser obtidas em <http://site.sanepar.com.br/informacoes/simulador-de-tarifas>

Quadro 2 – roteiro da tarefa disponibilizada (cont.)

Fonte: os autores

3. FUNÇÕES DEFINIDAS POR VÁRIAS SENTENÇAS E ALGORITMOS: QUE DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM?

Não é comum, no Ensino Médio, haver uma disciplina chamada de Algoritmos. Para tentar aproximar o termo com a realidade, Barbosa (2011) diz que um algoritmo é como uma receita de bolo: seguindo-se alguns passos, chega-se a um resultado. Depois, define: “um algoritmo é uma sequência finita de instruções bem definidas e não ambíguas cada uma das quais pode ser executada mecanicamente num período de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita” (p.5). Em pesquisa realizada por este autor sobre as dificuldades de alunos na disciplina de Algoritmos, em um curso superior, encontrou, dentre outras:

‘A principal dificuldade é entender a lógica de programação e aprender a organizar as ideias em forma de código.’; ‘Ter que aprender um novo tipo de conteúdo nunca visto no ensino médio.’; ‘A grande dificuldade foi em ter que

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

aprender algoritmos mas não ter noção de como fazer [...]; 'Pensar logicamente [...]; **'Compreender a utilização em casos práticos, situações de uso real'**; 'Entender como resolver problemas usando o raciocínio baseado em algoritmo, isto é, como organizar as instruções para ao fim resolver os problemas propostos'. (BARBOSA, 2011, p.7 – grifo nosso)

Para reduzir as dificuldades em programação, Jesus, Santana e Bittencourt (2019) argumentam que a linguagem Python tem sido usada no lugar de outras como C, C++ ou Java por ter "sintaxe mais simples, o reforço à indentação, o fato de ser interpretada, tipagem dinâmica de variáveis" (p.3), entre outras vantagens. Segundo esses autores, Python "é uma linguagem de programação de propósito geral, que combina os paradigmas procedural, funcional e orientado a objetos" (p.3).

Nasser, Sousa e Torraca (2020) relatam as principais conclusões sobre um projeto mais amplo que desde 2012 investiga as dificuldades enfrentadas na Transição do Ensino Médio para o Superior. Citam funções definidas por várias sentenças entre as principais na disciplina de Cálculo, em cursos superiores: o tema aparece em nove das quinze publicações analisadas pelos autores, que sugerem, para reverter esse quadro:

Os exemplos de funções utilizados no Ensino Médio e, principalmente, aqueles trabalhados na disciplina de Cálculo devem se aproximar da realidade dos estudantes, refletindo situações reais, em que as funções nem sempre são bem-comportadas como as funções polinomiais. [...] Muitos problemas reais são representados por funções definidas por mais de uma sentença, como o Imposto de Renda cobrado na fonte, ou tarifas que dependem da faixa de consumo (NASSER, SOUSA, TORRACA, 2020, p.9)

Baseando-se na Teoria de Registro de Representação semiótica, Nasser et al (2019, p.3) argumentam sobre "necessidade de levar os alunos a dominar as representações verbal, gráfica, tabular e analítica, e a articular a transição entre esses registros". Esses autores ainda apontam dificuldades discentes na interpretação de problemas. A nosso ver, o trabalho ora em discussão contribui para o enfrentamento desses aspectos mencionados.

Andrade, Esquincalha e Oliveira (2019) analisaram as ementas da disciplina de pré-cálculo em treze universidades do Rio de Janeiro, e observaram que as funções definidas por várias sentenças estão presentes em apenas quatro delas, apesar de ser um problema para os acadêmicos, pois elas aparecem em muitos problemas de continuidade e esboço de gráficos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Além disso, muitas vezes os alunos não as enxergam como uma única função.

Noffs e Santos (2019, p.1846), ao analisarem os paradigmas que apresentam aderências às ações docentes em sala de aula, em particular o paradigma da comunicação, pontuam que, num cenário em que se pretende mudar das metodologias tradicionais para as ativas, "[...] o professor assumirá um papel fundamental no âmbito do processo de comunicação, sendo responsável não só pelo ato de ensinar, mas também como organizador de ambientes de aprendizagens, o que amplia as suas possibilidades de atuação". Nesse sentido, consideramos que a proposição de atividades interdisciplinares envolve os alunos ativamente no processo, dentro de um ambiente de aprendizagem organizado pelos professores envolvidos nesse projeto.

Uma das contribuições efetivas da interdisciplinaridade é, segundo Molitor (2019), a exploração de um tema em mais de uma perspectiva, o que proporciona a contextualização de conhecimentos do dia a dia, e favorece a atribuição de significado para os estudantes. A autora

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

cita, ainda, como benefício dessa prática, a possibilidade de aflorar o pensamento crítico discente, desenvolvendo cidadãos com autonomia e participativos.

Em particular, quando se trata de Matemática e Algoritmos, a interdisciplinaridade pode favorecer o desenvolvimento do pensamento computacional (PC), pois, como consideram Marques et al (2017, p.315), “muitas das habilidades da área da Matemática [como o reconhecimento de padrões e processos] podem ser tratadas como casos particulares de habilidades do PC”. Ainda, a BNCC (BRASIL, 2018) abre espaço para esta discussão, no que se refere ao ensino de matemática e sugere o desenvolvimento de aspectos do PC desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, embora não mostre claramente como fazer (SILVA; SILVEIRA, 2020). Nesse sentido, a interdisciplinaridade entre Algoritmos e Matemática pode contribuir com o “operacionalizar para articular e articular para compreender” que mencionam Souza e Souza (2019, p.36).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como já dito, a tarefa foi proposta a fim de que os estudantes pudessem atribuir maior sentido ao conteúdo estudado em Matemática, ao mesmo tempo que aplicavam os conhecimentos de Algoritmos. Cabe ressaltar que os alunos, de modo geral, ainda não tinham tido contato com o modo de calcular a fatura de água; muitos sequer sabiam o quanto era pago em sua casa.

O fato de a atividade solicitar que os alunos calculassem o valor da fatura para diferentes consumos (itens a a e do quadro 2), conferindo seus resultados com os do simulador, os fez pensar no processo de cálculo e desenvolver o raciocínio necessário para escrever a função solicitada. De um modo geral, esse foi o primeiro passo.

A validação dos resultados ocorreu pelo confronto com os valores apresentados pelo simulador da própria companhia. Dos quarenta e um alunos participantes do estudo, 98% encontraram os valores de R\$ 76,27; R\$ 104,63; R\$ 426,44; e R\$ 735,89 para os consumos de 8, 12, 35 e 50 m³ de água, respectivamente. Vale comentar que foi considerado apenas o consumo residencial.

Com relação à montagem da função definida por partes, ou por mais de uma sentença, decorrente do fato de se ter uma variação nas tarifas de acordo com a faixa de consumo apresentada no Quadro 1, é importante destacar que esta se encontra associada aos subdomínios $D_1, D_2, D_3... D_n$, e a união destes n -subconjuntos forma o domínio D da função original, ou seja, cada domínio D_i é um subconjunto de D (RIMSA, 2016). Com isso, os alunos atribuíram subdomínios de acordo com a faixa de consumo, sendo que para o consumo de até 5 m³, o valor pago é fixo, ou seja, aqui se tem uma função constante com um subdomínio caracterizado por restringir-se aos inteiros não negativos e menores ou igual a 5.

Com esta percepção, houve a determinação de dois tipos de funções apresentados pelos alunos. Um em que consideraram os subdomínios como intervalos compostos por números naturais de uma função contínua e outro em que se consideraram os subdomínios com intervalos compostos por números reais mas com a função sendo caracterizada como não contínua. A Figura 1 mostra a apresentação da função por dois grupos.

$f(x) = \{69, 79, \text{ se } 0 < x \leq 5\}$	$f(x) = \{69, 79, \text{ se } 0 < x \leq 5\}$
$f(x) = 69, 79 + 2, 16(x - 5)$	$f(x) = 69, 79 + 2, 16(x - 5)$
com $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \{y \geq 69, 79\}$	com $D(f) = \mathbb{N}^*$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} y \geq 69, 69\}$
Resolução do Grupo 1	Resolução do Grupo 2

Figura 1 - Modelo matemático para o valor a pagar na conta de água

Fonte: Relatórios da tarefa

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

Como afirma Duval (1995), os objetos matemáticos são acessíveis apenas por meio de suas representações semióticas, as quais nem sempre são bem compreendidas pelos estudantes. No nosso caso, um dos grupos apresentou o modelo matemático sem terem juntados todos os termos, ou seja, computaram em cada uma das sentenças apenas a adição dos valores anteriores determinados pelos seus respectivos intervalos. Veja a Figura 2. As diferentes formas de apresentação dos modelos permitiram com que a simbologia matemática fosse discutida em sala de aula, momento que proporcionou melhor entendimento sobre o papel das representações semióticas.

$f(x) = \{a, se x \leq 5 \quad b, se 5 < x \leq 10 \quad c, se 10 < x \leq 15 \quad d, se 15 < x \leq 20 \quad e, se 20 < x \leq 30 \quad f, se x > 30 \quad \text{onde}$

$\text{com } D(f) = \mathbb{N}^* \text{ e } Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 69,69\}.$

Figura 2 - Modelo matemático para o valor a pagar na conta de água – grupo 3

Fonte: Relatórios da tarefa

Problema semelhante ao tratado neste texto é discutido por Fagundes et al. (2019), que o aplicaram a alunos de Cálculo Diferencial e Integral no ensino superior. Os autores reforçam que

Buscar o auxílio de diferentes metodologias educacionais que levem os estudantes a minimizar suas dificuldades de aprendizagem, defasagem de conteúdo e se envolver ativamente no processo de ensino e aprendizagem é tarefa precípua de todos os professores que ministram essas componentes nas universidades. É um trabalho árduo, difícil e complexo; porém, possível, importante e extremamente necessário (FAGUNDES et al., 2019, p.22258-22259).

É consenso de que usar metodologias que levem os alunos a se envolverem ativamente no processo de aprendizagem não é tarefa apenas dos professores universitários, mas de todos aqueles que atuam em sala de aula.

Em comparação aos resultados obtidos por Fagundes et al. (2019), vale ressaltar que, por estarem no primeiro ano do ensino médio, mesmo que num curso técnico, a função maior inteiro utilizada pelos autores citados, não foi aqui utilizada. Optou-se por manter o trabalho com as funções já estudadas por eles, no caso a função afim. De todo modo, percebeu-se comprometimento e responsabilidade por parte dos estudantes, tanto em relação a validar seus resultados quanto em apresentá-los da forma mais correta possível. Cabe destacar que esta atividade foi aplicada em tempo de “aulas remotas” (aulas presenciais online), ou seja, não houve o acompanhamento presencial tão importante quanto é destacado por Fagundes et al (2019).

A escrita da função que resolve o problema proposto trouxe também informações relevantes a serem trabalhadas em sala de aula, com respeito aos elementos que compõem a representação algébrica. Veja a Figura 3.

CARGNI, Claudete; SILVA, Narcy Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

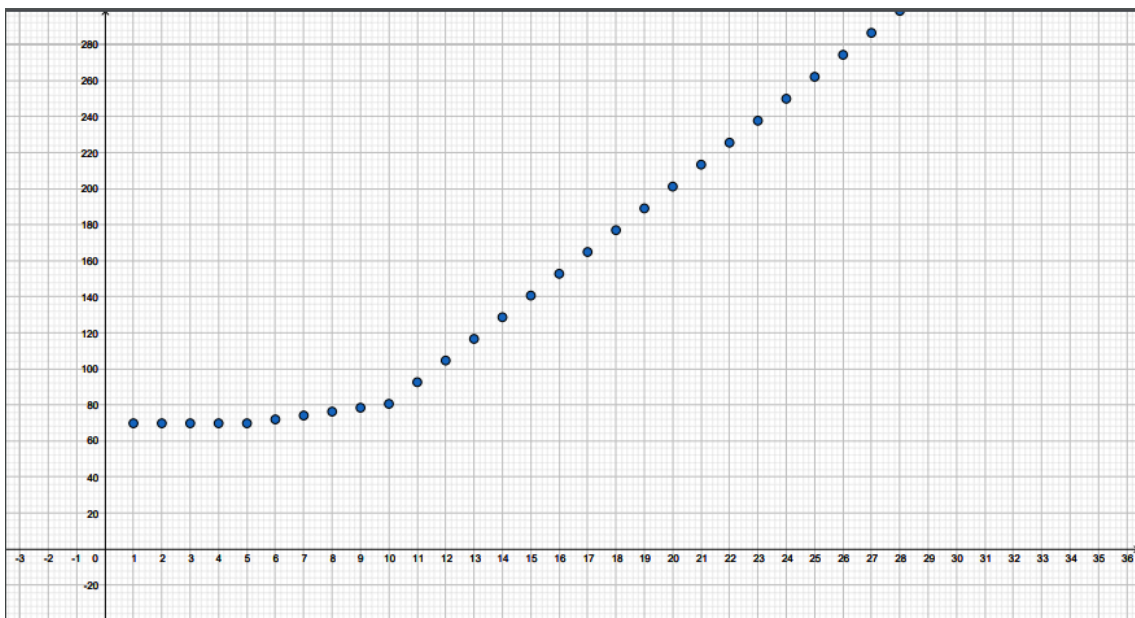
$$\begin{aligned}
 &x = 69,79 \text{ se } x \leq 5 \\
 &x = 69,79 + (m^3 - 5) \cdot 2,16 \text{ se } 6 \leq x \leq 10 \\
 &x = 80,59 + (m^3 - 10) \cdot 12,02 \text{ se } 11 \leq x \leq 15 \\
 &x = 140,69 + (m^3 - 15) \cdot 12,10 \text{ se } 16 \leq x \leq 20 \\
 &x = 201,19 + (m^3 - 20) \cdot 12,19 \text{ se } 21 \leq x \leq 30 \\
 &x = 323,09 + (m^3 - 30) \cdot 20,63 \text{ se } x > 30
 \end{aligned}$$

Figura 3 - Representação algébrica da função que fornece o valor a pagar em função do consumo de água residencial

Fonte: Relatório da tarefa.

Note, na Figura 3, que embora esse estudante tenha desenvolvido corretamente o raciocínio, e inclusive fez corretamente o algoritmo, mostra que há signos matemáticos que carecem de significação, como é o caso do sinal de maior ou igual, utilizado nas restrições de cada sentença, e a própria variável x , utilizada, nas restrições, como o consumo, mas que foi substituído por m^3 na expressão da função; o mesmo x aparece como valor a pagar. A representação apresentada por esse estudante indica a importância de trabalhar problemas interdisciplinares que estejam associados ao cotidiano; talvez esse tenha sido o principal motivo por este estudante ter desenvolvido com sucesso o raciocínio matemático, algoritmizado, ainda que com problemas nos signos matemáticos.

Para a representação gráfica, alguns alunos fizeram em papel milimetrado e outros utilizaram do software Geogebra, conforme indicam as Figuras 4 e 5. A partir dessas figuras, foi possível discutir o significado do domínio das funções e as diferenças entre valores de domínio de uma função e suas implicações.



CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

Figura 4 – Representação gráfica da função $f(x)$ em um domínio $D(f)=N^*$

Fonte: Relatório da tarefa.

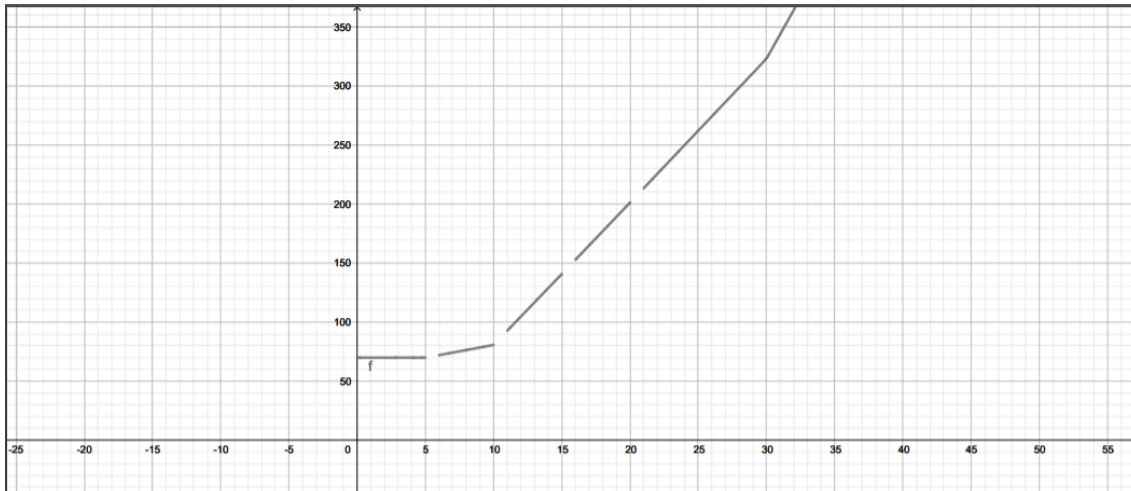


Figura 5 – Representação gráfica da função $f(x)$ em um domínio $D(f)=R_+$

Fonte: Relatório da tarefa.

Ainda em termos gráficos, outro ponto a destacar foi a construção do gráfico da função por partes no GeoGebra, utilizando o comando “Se”, como mostra a Figura 6. Entendemos que o fato de ser um trabalho em um contexto autêntico tenha estimulado os estudantes a procurarem modos mais eficazes de representar as funções, mesmo que ainda alguns detalhes precisem ser discutidos.

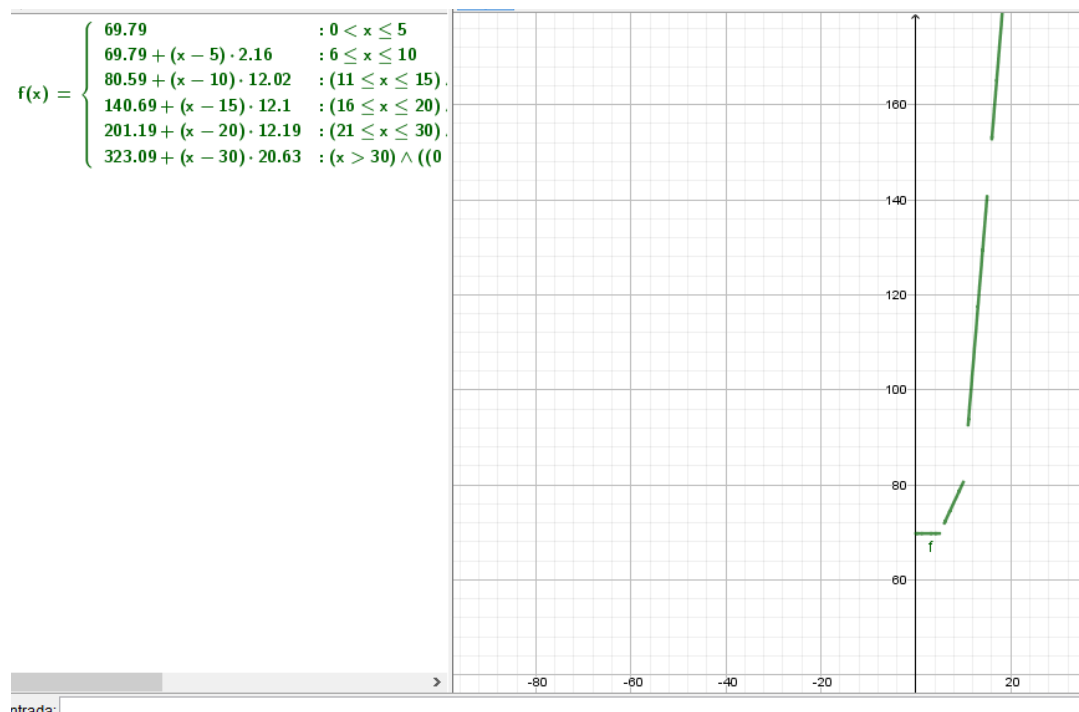


Figura 6 – Construção do gráfico no GeoGebra, pelo estudante T, utilizando o comando “Se”

Fonte: Relatório da tarefa.

Tal utilização indica compreensão lógico-matemática da construção “se... então”, e também

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

acerca do comportamento da função. Pelas limitações do próprio software não foi possível fazer o gráfico discreto, para o caso da função escrita pelo aluno T (Figura 6). A maioria dos estudantes desta turma optou por fazer o gráfico usando cada sentença dentro do seu subdomínio, o que é mais fácil e cômodo. O fato de um estudante ter ido além, pode indicar o quanto as atividades interdisciplinares podem favorecer e estimular o desenvolvimento cognitivo e a busca por conhecimento dos alunos.

Um dos princípios norteadores das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Média, estabelecida pela Resolução n. 6, de 20 de setembro de 2012, é a “relação e articulação entre a formação desenvolvida no Ensino Médio e a preparação para o exercício das profissões técnicas, visando à formação integral do estudante” (BRASIL, 2012, art. 6º). Na atividade ora relatada, os alunos foram convidados a imaginarem-se como profissionais da área tendo um trabalho a realizar. Na segunda etapa do estudo, os alunos desenvolveram um algoritmo em linguagem de programação Python, que descreve a função definida por partes desenvolvida para o cálculo do valor a pagar em relação ao consumo de água residencial em cidades do interior do estado do Paraná. Mais uma oportunidade de colocar em prática os conhecimentos adquiridos na escola. A seguir, são apresentados dois algoritmos elaborados por alunos da turma (Fig.7 e 8).

A estrutura condicional *if/else* (Figura 7) é um recurso que indica quais instruções o código deve processar de acordo com uma expressão booleana (condição). Assim, o código testa se uma condição é verdadeira e então executa comandos de acordo com esse resultado. A estrutura de repetição *While* é utilizada para executar um bloco de código enquanto uma condição for atendida. O que diferencia o *if* do *while* é somente a quantidade de vezes que o seu bloco de instrução será executado. No Algoritmo 1 foi utilizado, no início, o laço de repetição *while* (linha 3) para validar a resposta do usuário feita no fim do algoritmo, quando é perguntado se o usuário deseja continuar calculando para outras residências - Continuar “S” ou “N”. Se a resposta for “S”, o algoritmo faz os cálculos conforme o consumo de água informado, até que se digite “N”. A utilização da estrutura condicional *if/else* é correta no seu encadeamento, inibindo assim a execução de linhas de código desnecessárias, proporcionando uma economia de processamento.

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

```
continuar = 'S'
valor_a_pagar = 0
while continuar == "S" or continuar == "s":
    consumo_de_agua = float(input('Digite o consumo de água residencial, em metros
cúbicos: '))
    if consumo_de_agua <= 0:
        print('Opção inválida, digite novamente!!')
    else:
        if 0 < consumo_de_agua <= 5:
            valor_a_pagar = 69.79
        else:
            if 5 < consumo_de_agua <= 10:
                valor_a_pagar = (2.16*consumo_de_agua) + 58.99
            else:
                if 10 < consumo_de_agua <= 15:
                    valor_a_pagar = (12.02*consumo_de_agua) - 39.61
                else:
                    if 15 < consumo_de_agua <= 20:
                        valor_a_pagar = (12.1*consumo_de_agua) - 40.81
                    else:
                        if 20 < consumo_de_agua <= 30:
                            valor_a_pagar = (12.19*consumo_de_agua) - 42.61
                        else:
                            valor_a_pagar = (20.63*consumo_de_agua) - 295.81
            if consumo_de_agua > 0:
                print(f'Com o consumo de {consumo_de_agua}m³, o valor a pagar será de
R${valor_a_pagar:.2f}')
                continuar = input('Deseja continuar calculando? Digite "S" para sim e "N" para
não: ')
            if continuar == "N" or continuar == "n":
                print('Obrigado!')
            else:
                while continuar != 'S' and continuar != 's' and continuar != 'N' and continuar !=
'n' :
                    print('Opção Inválida! Digite somente "S" ou "N"! Tente Novamente!')
                    continuar = input('Deseja continuar calculando? Digite "S" para sim e "N"
para não: ')

```

Figura 7 – Algoritmo 1
Fonte: Relatório da tarefa.

Já no Algoritmo 2 (Figura 8), o aluno foi mais direto na solução, sem considerar e perguntar se o usuário iria verificar/calcular o consumo de água de outras residências. Também utilizando corretamente estrutura da condicional elif, que é usada quando se quer realizar a verificação de outra expressão, caso a primeira validação seja falsa. Portanto os dois algoritmos, após a compilação e verificado a existência de erro de sintaxe, executam perfeitamente e resolvem o problema proposto. Cada aluno participante da atividade resolveu e construiu o seu algoritmo de maneira satisfatória, independente do nível de dificuldade individual, o que é normal, como também apontam Andrade e Silva (2020). Aliás, nesse ponto, foi interessante perceber o espírito de equipe na turma, pois os estudantes com maior facilidade em realizar o algoritmo se dispuseram a colaborar com aqueles que a tinham em menor grau.

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

```
m = int(input("\033[1;34mMetros cúbicos (m³) utilizados: "))
if m <= 5:
    a = 69.79
elif m <= 10:
    a = 69.79 + (m-5)*2.16
elif m <= 15:
    a = 69.79 + 5*2.16 + (m-10)*12.02
elif m <= 20:
    a = 69.79 + 5*2.16 + 5*12.02 + (m-15)*12.10
elif m <= 30:
    a = 69.79 + 5*2.16 + 5*12.02 + 5*12.10 + (m-20)*12.19
else:
    a = 69.79 + 5*2.16 + 5*12.02 + 5*12.10 + 10*12.19 + (m-30)*20.63
print(f'O valor de sua conta, contando água e esgoto, totaliza R${a:.2f}')
```

Figura 8 – Algoritmo 2
Fonte: Relatório da tarefa.

Fagundes et al. (2019, p.22268) relatam que “foi possível constatar que os alunos tiveram dificuldades em interpretar os dados das tarifas e em encontrar um modelo matemático que representasse a relação entre valor e consumo”. Com os estudantes do ensino técnico essa dificuldade não foi evidente, talvez pelo fato deles terem sido estimulados a calcular o valor a pagar em função de alguns consumos, com atenção ao processo de cálculo e não apenas aos resultados obtidos, ou, ainda, pelo hábito de pensarem em processos algoritmizados, necessários à disciplina de algoritmos. Além disso, foram estimulados a confrontar os valores calculados com aquele fornecido pelo simulador oficial. Em caso de divergências, os estudantes foram em busca da causa do erro, e, com isso, foram aprimorando seu raciocínio para resolver o problema dado. Também os estudantes buscaram, com o professor responsável pela disciplina, informações para realizar o “Teste de Mesa” ou de como simular valores da variável de entrada (x ou m ou consumo_de_agua) e possíveis erros lógicos em seu algoritmo. A saber, o Teste de Mesa é um processo manual que é utilizado para validar a lógica de um determinado algoritmo.

Importante destacar, de modo geral, a tranquilidade com que os alunos desenvolveram a atividade, tanto do ponto de vista matemático quanto do algoritmo desenvolvido, pois a modelagem matemática não é apenas um tipo de problema com palavras ou solução de problemas - é a matemática sendo praticada; são aplicações de formas matemáticas de pensar, e que geram maior motivação e entusiasmo pelo estudo. Consideramos que uma atividade interdisciplinar como a realizada é um primeiro passo para uma prática integrada como a que discutem Marques, Vieira e Pontel (2020). Vemos, nela, potencialidade para “superar a fragmentação curricular e a superação da distância da análise e intervenção na realidade” (p. 198), como afirmam os referidos autores.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como objetivo discutir os resultados alcançados por uma tarefa interdisciplinar, que requeria conhecimentos matemáticos e de programação. A tarefa aqui discutida está vinculada ao cotidiano do estudante, o qual entendemos ser um contexto autêntico, que pôde perceber aplicabilidade dos conhecimentos que estavam sendo adquiridos no ambiente

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

escolar. Talvez esta tenha sido a primeira vez que muitos deles olharam para as faturas de água da sua residência com um olhar mais voltado aos conteúdos acadêmicos. Percebemos que, com o trabalho interdisciplinar, no nosso caso, aumentou o envolvimento dos alunos e a profundidade de compreensão: estudar domínio e imagem de uma função, por exemplo, começou a ter sentido. Elaborar um algoritmo deixou de ser um mero exercício de sala de aula para tornar-se uma ferramenta para o uso cotidiano.

Aplicar o modelo na construção de um algoritmo/código, utilizando a linguagem de programação *Python*, foi uma tarefa que os alunos desempenharam com certa facilidade, tendo em vista que na disciplina de Algoritmos o conteúdo abordado, durante este estudo, era Estrutura Condicional (if... else) e Estrutura de Repetição (while). Os alunos conseguiram abstrair muito bem o raciocínio para resolver o problema sugerido e realmente seguiram os passos para a construção de um algoritmo bem estruturado. Ou seja, a tarefa proposta favoreceu que os estudantes articulassem os conhecimentos das disciplinas de Matemática e Algoritmos, tendo em vista a resolução de um problema da vida cotidiana; as restrições estabelecidas pelo problema fornecido tiveram que ser adequadamente tratadas, tanto em relação à linguagem matemática quanto aos comandos algorítmicos utilizados.

O estudo aqui relatado mostrou que os alunos do curso técnico (e ensino médio em geral), podem interpretar e modelar fenômenos adequadamente, para isso, basta que atividades sejam adequadamente planejadas pelos professores a partir dos conceitos, teóricos ou não, que estejam trabalhando. No caso deste artigo, a tarefa foi planejada com base no desenvolvimento matemático e no desenvolvimento de um algoritmo baseado em conceitos de linguagem de programação, que estavam sendo trabalhados em aulas presenciais online, de forma teórica, e proporcionou um contexto motivador e presente em todas as residências, pois concordando com Cordero e Suárez (2005), é importante para o ensino de matemática e para o processo de aprendizagem incluir circunstâncias, fenômenos e sucessos que promovam o aparecimento de matemática na vida diária dos alunos em contextos que diferem daqueles tratados na sala de aula tradicional.

Para finalizar, importa destacar que esta foi a primeira vez que muitos dos estudantes foram procurar a conta de água da sua casa para verificar qual era o seu consumo, qual o valor pago, quais os encargos incidentes e pensar sobre os maiores gastos. Neste primeiro momento, o trabalho parou por aqui, num próximo momento, o projeto poderá envolver outros professores e tomar outros rumos.

REFERÊNCIAS

AGEPAR, Agência Reguladora do Paraná. **Resolução homologatória nº 006**. Disponível em: <https://www.documentador.pr.gov.br/documentador>. Acesso em 25 de agosto de 2019.

ANDRADE, F.; ESQUINCALHA, A.; OLIVEIRA, A. T. O Pré-Cálculo nas licenciaturas em matemática das instituições públicas do rio de janeiro: o prescrito. **VIDYA**, v. 39, n. 1, p. 131-151, jan. /jun. , 2019. Disponível em <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/2417/2320#>

ANDRADE, J.M.; SARAIVA, M.J. Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa [online]**, México, v.15, n.2, p.137-169, jul.2012. Disponível em http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362012000200002 Acesso em 08 out. 2022.

ANDRADE, M. T. T; SILVA, J. B. S. Estudo da ferramenta *Scratch* para ensino de lógica de programação no ensino médio do IFBA. **Ensino em Foco**, v.3, n.8, 2020. Disponível em <https://publicacoes.ifba.edu.br/ensinoemfoco/article/view/806/516> Acesso em 15 mar. 2023.

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

BARBOSA, L.S. **Aprendizado Significativo Aplicado ao Ensino de Algoritmos**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação), Natal-RN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011. Disponível em https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/18018/1/LeonidasSB_DISSERT.pdf

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução n. 6**, de 20 de setembro de 2012. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio. Brasília: MEC, 2012.

CARDOSO, F.H.; CARBO, L. Utilização do software FreeMat para ensinar função no Ensino Médio através da programação computacional. **REMAT**, Bento Gonçalves, RS, Brasil, v.3, n.1, p. 120-135, julho de 2017. Disponível em www.periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/2130/1605 Acesso em 08 out. 2022.

CORDERO, F.; SUÁREZ, L. Modelación en matemática educativa. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 18, n. 1, p. 639-644, 2005.

DUVAL, R. **Semiósis et pensée humaine**. França: Peter Lang, 1995.

FAGUNDES, R. S. et. al. O ensino de funções, limites e continuidade fundamentada na aprendizagem significativa. **Brazilian Journal of Development**, v. 5, n. 10, p. 22257-22270, 2019.

JESUS, C.L.; SANTANA, B.L.; BITTENCOURT, R.A. Oficinas de Aprendizagem de Programação com Scratch e Python em um Curso de Engenharia de Computação. In: XXVII Workshop Sobre Educação em Computação, 2019, Belém. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2019. p. 31-40. Disponível em <https://sol.sbc.org.br/index.php/wei/article/view/6614/6510>

MARQUES, M. B.; VIEIRA, J. A.; PONTEL, T. L. Repercussões da prática profissional integrada na formação de estudantes do ensino médio integrado à educação profissional. **Revista Contexto & Educação**, v. 35, n. 112, p. 185-199, set./dez. 2020.

MARQUES, M. et al. Uma Proposta para o Desenvolvimento do Pensamento Computacional Integrado ao Ensino de Matemática. **Brazilian Symposium on Computers in Education** (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE), [S.l.], p. 314, out. 2017. ISSN 2316-6533. Disponível em: <<http://www.br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/7560/5356>>. Acesso em: 13 jan. 2022. doi:<http://dx.doi.org/10.5753/cbie.sbie.2017.314>.

MOLITOR, M. **O saneamento básico como tema gerador de conhecimentos matemáticos interdisciplinares**. 2019. 94 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2019.

NASSER, L.; SOUSA, G.A.; TORRACA, M. Pesquisando a transição do Ensino Médio para o superior no Projeto Fundão: implicações para o Ensino Médio. In: Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Rio de Janeiro. **Anais [...]**, Rio de Janeiro, SBEM-RJ, 2020. Disponível em <http://eventos.sbem.com.br/index.php/spem-rj/ix-spem-rj/paper/viewFile/1449/1211> Acesso em 08 out. 2022.

NASSER, L. et al. Investigando estratégias para aprimorar o desempenho em Cálculo I. In: XV CIAEM. **Anais [...]** Medellín-Colômbia: Universidade de Medellín, 2019. Disponível em <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/230/377>.

CARGNI, Claudete; SILVA, Narci Nogueira da; LAU, Caroline Marques; CARDOSO, Flávia Aparecida Reitz. A conta de água residencial em sala de aula: uma tarefa matemática em um contexto autêntico?

NOFFS, N. A.; SANTOS, S. S. O desenvolvimento das metodologias ativas na educação básica e os paradigmas pedagógicos educacionais. **Revista e-curriculum**, v. 17, n. 4, p. 1837-1854, 2019.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Interacções**, v.8, n.22, p.196-216, 2012. Disponível em <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/1542/1233> Acesso em 08 out. 2022.

RIMSA, L. G. A continuidade da função imposto de renda: desfazendo mitos. **Educação & Tecnologia**, v. 21, n. 3, p. 58-64, 2016.

SILVA, E.; SILVEIRA, I. Intersecção entre Pensamento Computacional e a Matemática: perspectivas de ensino na educação básica brasileira. In: **Congresso Internacional de Educação e Tecnologias**, 2020, São Carlos, UNICSUL. Disponível em <https://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2020/article/download/1003/734/> Acesso em 13 jan. 2023.

SOUZA, J.S.S.; SOUZA, L.O. operacionalização da definição de função: um processo desencadeador da aprendizagem significativa do conceito de função. **R. bras. Ens. Ci. Tecnol.**, Ponta Grossa, v. 12, n. 3, p. 14-40, set./dez. 2019.